

УДК 616.314-089.23:616.315-007.254-76-047.42
DOI <https://doi.org/10.35220/2078-8916-2023-47-1.11>

В.В. Філоненко,

кандидат медичних наук, доцент, кафедра ортодонції та пропедевтики ортопедичної стоматології, Національний медичний університет імені О.О. Богомольця, вул. Зоологічна, 1, м. Київ, Україна, індекс 03680

О.А. Канюра,

доктор медичних наук, професор, кафедра ортодонції та пропедевтики ортопедичної стоматології, Національний медичний університет імені О.О. Богомольця, вул. Зоологічна, 1, м. Київ, Україна, індекс 03680

М.Г. Кришук,

доктор технічних наук, професор, кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», пр-т Перемоги, 37, м. Київ, Україна, індекс 03056

**ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧНІ
ДОСЛІДЖЕННЯ ЖОРСТКОСТІ
ОРТОДОНТИЧНИХ ПРИСТРОЇВ,
ЩО ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ
ПРИ ЛІКУВАННІ ЗУБОЩЕЛЕПНИХ
ДЕФОРМАЦІЙ У ДІТЕЙ З ВРОДЖЕНИМИ
НЕЗРОЩЕННЯМИ ГУБИ
ТА ПІДНЕБІННЯ**

Вроджені незрощення губи та піднебіння є найбільш розповсюдженими вродженими аномаліями розвитку. Дослідження по визначенню принципів дії ортодонтичних апаратів, що використовуються при лікуванні дітей з незрощення губи та піднебіння дозволяють обґрунтувати вибір необхідної конструкції у кожному клінічному випадку. Розробка та вивчення біомеханічних моделей деформівних середовищ, оцінка напружено-деформованого стану біомеханічних систем при силових навантаженнях є необхідною і актуальною. **Мета роботи.** Провести експериментально-теоретичні дослідження жорсткості чотирьох видів ортодонтичних пристроїв, що застосовуються в ортодонтичній практиці для стимулювання росту верхньої щелепи та виконати верифікацію величин силових реакцій в опорах ортодонтичних пристроїв в процесі їх деформування. **Матеріали і методи.** Проведені експериментально-теоретичні дослідження по визначенню жорсткості ортодонтичних пристроїв, що використовуються при лікуванні дітей з вродженими однобічними незрощеннями губи та піднебіння. **Натурні експерименти** по визначенню силових реакцій проводили на випробувальній установці TIRAtest 2300. **Результати дослідження та їх обговорення.** За результатами експериментальних випробувань зразків ортодонтичних пристроїв побудовані графіки залежності амплітуд сили від деформації, які ство-

рені механізмом гвинтової передачі руху пристрою по визначеній траєкторії. Верифікацію експериментальних даних для величин силових реакцій проведено для геометричної моделі ортодонтичного пристрою типу I в залежності від вісьових переміщень штока кінематичного механізму. Імітаційну 3D модель зразка пристрою створено за даними цифрового сканування в STL форматі натурного об'єкту. **Висновки.** Встановлені конструктивно-технологічні параметри кінематичного механізму ортодонтичних пристроїв. Верифікація розподілу величин силових реакцій ортодонтичних пристроїв в процесі їх деформування дозволяє одержати нові дані про величини зовнішніх навантажень на кістки щелепи при лікуванні дітей з вродженими незрощеннями губи та піднебіння, що може бути методичною основою для проведення раціонального ортодонтичного лікування.

Ключові слова: вроджені незрощення губи та піднебіння, експериментально-теоретичні дослідження, амплітуда сили, деформація.

V.V. Filonenko,

Candidate of Medical Sciences, Associate Professor, Orthodontics and Prosthodontics Propaedeutics Department, Bogomolets National Medical University, 1 Zoologichna street, Kyiv, Ukraine, postal code 03680

O.A. Kaniura,

Doctor of Medical Sciences, Professor, Orthodontics and Prosthodontics Propaedeutics Department, Bogomolets National Medical University, 1 Zoologichna street, Kyiv, Ukraine, postal code 03680

M.G. Kryshchuk,

Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Dynamics and Strength of Machines and Strength of Materials, National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», 37 Peremogy Avenue, Kyiv, Ukraine, postal code 03056

**EXPERIMENTAL AND THEORETICAL
STUDIES OF THE HARDNESS
OF ORTHODONTIC DEVICES USED
IN THE TREATMENT OF DENTOGNATHIC
DEFORMATIONS IN CHILDREN WITH
CONGENITAL CLEFT LIP AND PALATE**

Congenital cleft lip and palate are the most common congenital malformations. Research on determining the principles of operation of orthodontic devices used in the treatment of children with cleft lip and palate allows justify the choice of the necessary design in each clinical case. The development and study of biomechanical models of deformable environments, assessment of the stress-strain state of biomechanical systems under force loads is necessary and relevant.

Purpose. To conduct experimental and theoretical studies of the stiffness of four types of orthodontic devices used in orthodontic practice to stimulate the growth of the upper jaw and to verify the values of force reactions in the supports of orthodontic devices during their deformation.

Materials and methods. *Experimental and theoretical studies were conducted to determine the rigidity of orthodontic devices used in the treatment of children with congenital unilateral cleft lip and palate. Natural experiments to determine force reactions were carried out on the TIRAtest 2300 test rig. Results and Discussion.* According to the results of experimental tests of samples of orthodontic devices, graphs of the dependence of the force amplitudes on the deformations created by the mechanism of the helical transmission of the movement of the device along the specified trajectory were constructed. The verification of experimental data for force reaction values was carried out for the geometric model of the type I orthodontic device depending on the axial movements of the kinematic mechanism rod. A simulated 3D model of a device sample was created based on digital scanning data in STL format of a live object. **Conclusions.** The design and technological parameters of the kinematic mechanism of orthodontic devices have been established. Verification of the distribution of force reactions of orthodontic devices during their deformation allows obtaining new data on the magnitude of external loads on the jawbones in the treatment of children with congenital cleft lip and palate, which can be as a methodical basis for rational orthodontic treatment.

Key words: congenital cleft lip and palate, experimental and theoretical studies, force amplitude, deformation.

Актуальність. Вроджені незрощення губи та піднебіння є найбільш розповсюдженими вродженими аномаліями розвитку. При вроджених однобічних розщілинах губи, альвеолярного відростка і піднебіння спостерігаються типові порушення форми верхньої щелепи. Вивчення умов розвитку та формування зубощелепного апарату у дітей з незрощеннями є актуальним у комплексі використовуваних лікувально-реабілітаційних заходів. Комплекс заходів включає надання хірургічної, ортодонтичної допомоги, а також допомоги фахівців інших профілів – оториноларингологів, фоніатрів, логопедів, педіатрів, психоневрологів та ін. Ця допомога повинна бути послідовною і послідовною [1-4].

Ортодонтичне лікування у період змінного прикусу, яке є невід'ємною частиною комплексу лікувально-реабілітаційних заходів, направлене на стимулювання росту верхньої щелепи та її розширення. Для досягнення поставлених завдань застосовують різні види знімних та незнімних ортодонтичних конструкцій [2-5].

Дослідження по визначенню принципів дії ортодонтичних апаратів, що використовуються при лікуванні дітей з вродженими незрощеннями губи та піднебіння дозволяють обґрунтувати вибір необхідної конструкції у кожному клінічному випадку. Розробка та вивчення біомеханічних моделей деформівних середовищ, оцінка напружено-деформованого стану біомеханічних

систем при силових навантаженнях є необхідною і актуальною [6-11].

Мета роботи. Провести експериментально-теоретичні дослідження жорсткості чотирьох видів ортодонтичних пристроїв, що застосовуються в ортодонтичній практиці для стимулювання росту верхньої щелепи та виконати верифікацію величин силових реакцій в опорах ортодонтичних пристроїв в процесі їх деформування.

Матеріали і методи. Проведені експериментально-теоретичні дослідження по визначенню жорсткості ортодонтичних пристроїв, що використовуються при лікуванні дітей з вродженими однобічними незрощеннями губи та піднебіння. Використані зразки чотирьох пристроїв, базовим матеріалом яких є «Редонт-колір» – пластмаса для базисів протезів виготовлена АТ «СТОМА», м. Харків (рис. 1 а-в, 2).

Натурні експерименти по визначенню силових реакцій в опорах моделей ортодонтичних пристроїв проводили на випробувальній установці TIRAtest 2300, атестованій згідно метрологічних вимог.

Зразки моделей закріплювали на робочому столі універсальної випробувальної машини (рис. 3). Силові навантаження моделей реєстрували покроково для заданих вертикальних переміщень.

Для верифікації даних натурних експериментів в практичній діяльності та формування вихідних даних в розрахункових схемах експериментів визначені конструктивно-технологічні параметри гвинтової передачі рухів кінематичних механізмів ортодонтичних пристроїв з використанням електронного мікроскопа (рис. 4).

Результати дослідження та їх обговорення. Результати випробувань на стиснення ортодонтичних пристроїв різного типу під час розкручування ортодонтичного гвинта (штока кінематичного пристрою) за кутом повороту від 0 до 360° з кроком 45° для фіксації вимірювань амплітуди сил представлено в табл. 1 та 2 (рис. 5 а-в).

Фактичні результати випробувань зразків необхідно скоригувати на величини зусиль, що відповідають початковому стану їх деформації при фіксації у випробувальній установці за відсутності кута повороту штока. Для зразка типу I необхідно ввести коригування всіх значень зусиль на 0,8 Н, для зразка типу II – на 6,7 Н.

За результатами експериментальних випробувань зразків типу I та II побудовані графіки залежності амплітуд сили від деформації орто-



а

б

в

Рис. 1 а-в. Загальний вигляд знімних ортодонтних пристроїв з двома кінематичними механізмами (гвинтами) – тип I (а) та одним кінематичним механізмом (гвинтом) – тип II-III (б, в)



Рис. 2. Загальний вигляд незнімного ортодонтного пристрою з одним кінематичним механізмом – тип IV

донтних пристроїв, обумовленої механізмом гвинтової передачі руху по визначеній траєкторії (рис. 6).

За результатами експериментальних випробувань побудовані графіки залежності амплітуд сил від деформацій ортодонтного пристрою типу IV, які створені механізмом гвинтової передачі руху ортодонтного пристрою по визначеній траєкторії (рис. 7).

В результаті формування вихідних даних в розрахункових схемах при проведенні визначення конструктивно-технологічних параметрів кінематичного механізму ортодонтного пристрою з використанням електронного мікроскопа встановлено крок різьби гвинта рівним 0,45 мм. Для повороту гайки на 360° в механізмі гвинтової передачі руху ортодонтного пристрою вісьове переміщення складає 0,9 мм.

Верифікацію експериментальних даних для величин силових реакцій в металевих фіксаторах проведено для геометричної моделі ортодонтного пристрою типу I в залежності від вісьових переміщень штока кінематичного механізму. Імітаційну 3D модель зразка пристрою створено за даними цифрового сканування в STL форматі



Рис. 3. Випробувальна установка TIRAtest 2300 для визначення зусиль в ортодонтних пристроях у залежності від вісьових переміщень штоків кінематичних механізмів (гвинтів)



Рис. 4. Визначення конструктивно-технологічних параметрів гвинтової передачі рухів кінематичних механізмів ортодонтних пристроїв з використанням електронного мікроскопа

Таблиця 1

Результати випробування зразків ортодонтичних пристроїв типу I та II

Ортодонтичні пристрої типу I			Ортодонтичні пристрої типу II		
Поворот штока кінематичного пристрою, °	Отримані значення сили, F(H)	Фактичні значення сили, F(H)	Поворот штока кінематичного пристрою, °	Отримані значення сили, F(H)	Фактичні значення сили, F(H)
0	-0,80	0	0	-6,70	0
45	-1,84	-1,04	45	-19,08	-12,38
90	-13,21	-12,41	90	-28,72	-22,02
135	-22,43	-21,63	135	-36,35	-29,65
180	-30,19	-29,39	180	-42,69	-35,99
225	-38,67	-37,67	225	-45,63	-38,93
270	-46,01	-45,21	270	-49,37	-42,67
315	-52,71	-51,91	315	-52,63	-45,93

Таблиця 2

Результати випробування зразка ортодонтичного пристрою типу IV

Дослід 1		Дослід 2		Дослід 3	
Поворот штока кінематичного пристрою, °	Отримані значення сили, F(H)	Поворот штока кінематичного пристрою, °	Отримані значення сили, F(H)	Поворот штока кінематичного пристрою, °	Отримані значення сили, F(H)
0	-8,02	0	-3,13	0	-0,02
45	-44,86	45	-32,41	45	-42,07
90	-74,02	90	-62,03	90	-71,21
135	-89,05	135	-83,31	135	-93,21
180	-100,01	180	-99,58	180	-103,90

натурного об'єкту. Модель представлена трьома фрагментами ортодонтичного апарату різної конфігурації та жорсткості з чотирма балками, які представляють відповідні стержні кінематичного механізму для їх сполучення та жорсткими опорами. Спряження опор та моделі ортодонтичного пристрою аналогічні як у натурному експерименті на випробувальній установці TIRAtest 2300. При побудові розрахункової схеми вважали, що опорні поверхні жорстких опор являються нерухомими тілами, тобто їх просторові переміщення відсутні (рис. 8 а).

Кінематичне навантаження моделі ортодонтичного апарату створено для вісьових взаємно ортогональних переміщень двох його частин, які утворені аналогічно завданню дискретних величин руху штока в одному з двох механізмів ортодонтичного пристрою з кроком 0,2 мм та 0,3 мм від ненапруженого стану. Максимальне вісьове переміщення складало 1 мм, що відповідає повороту гайки в кінематичному механізмі на 360°.

Неоднорідні матеріали сполучених тіл ідентифіковані в моделі як ізотропні, пружні з детермінованими величинами механічних характеристик: модуль пружності $E=25\text{МПа}$, коефіцієнт Пуассона $\mu=0,28$ матеріалу, з якого виготовлено

ортодонтичний апарат та $E=18\text{МПа}$ та $\mu=0,3$ для матеріалу жорстких опор [8].

Дискретизацію всіх структурних елементів імітаційної моделі ортодонтичного апарату проведено в напівавтоматичному режимі програмного комплексу ANSYS 12.1 [9] з використанням 10-ти вузлових пірамідальних скінченних елементів (CE) SOLID187. Дискретна модель ортодонтичного апарату (рис. 8 б) побудована з максимальним розміром CE не більше 3 мм та сумарною кількістю вузлів та CE відповідно 15172 та 25366. Для моделювання взаємозалежних вісьових переміщень для частин ортодонтичного апарату від кутових рухів штока кінематичного механізму використовували елементи MPC184. Вісьові переміщення в кінематичній парі шарнірів циліндричного типу є вихідними величинами для навантажень відповідних поверхонь в розрахунковій схемі для контактуючих деформівних тіл.

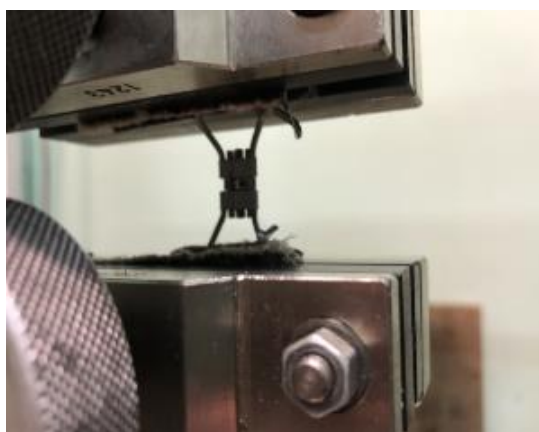
У відмінності від натурного експерименту комп'ютерні тести представлені полями напружено-деформованого стану ортодонтичного апарату. Це дає змогу провести оцінку допустимих величин зовнішніх навантажень для конструкції апарату з двома опорами. Результати чисельного експерименту представлені полями абсолютних



а



б



в

Рис. 5 а-в. Визначення зусиль в залежності від вісьових переміщень штока кінематичного механізму в ортодонтичному пристрої типу I (а), типу II (б) та типу IV (в) на випробувальній установці TIRAtest 2300

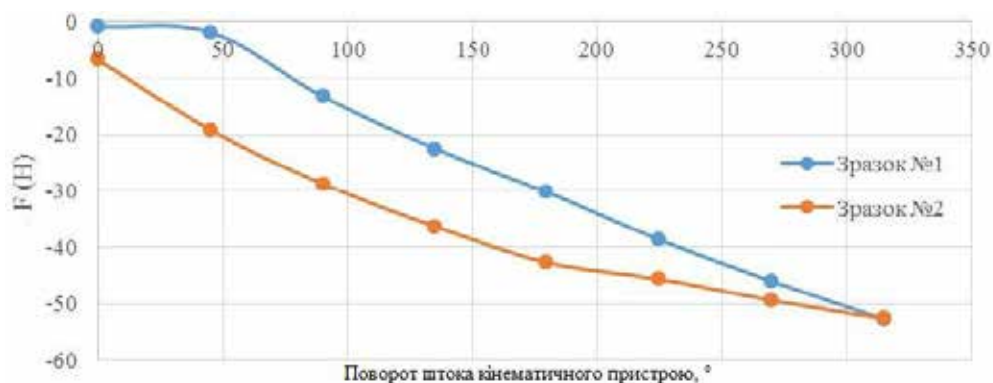


Рис. 6. Залежність амплітуди сил в фіксаторі зразка випробування ортодонтичних пристроїв типу I та II від кута повороту штока в механізмі гвинтової передачі руху ортодонтичного пристрою

деформацій (рис. 9 а), еквівалентних за Мізесом напружень для ортодонтичного апарату (рис. 9 б) та силових реакцій в його опорах (рис. 10 а, б)

в залежності від вісьових переміщень штока кінематичного механізму.

Встановлено, що для даного типу кінема-

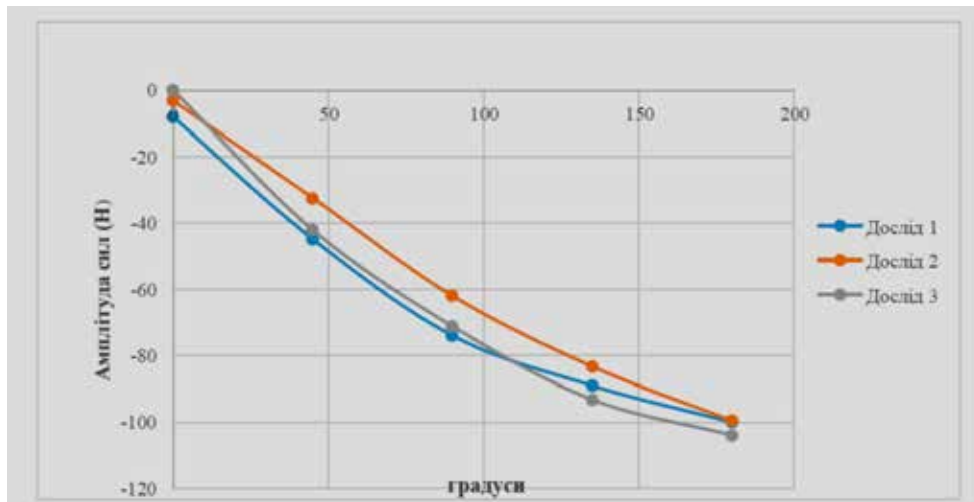


Рис. 7. Залежність амплітуди сил в фіксаторі зразка випробування ортодонтичного пристрою типу IV від кута повороту штока в механізмі гвинтової передачі руху ортодонтичного пристрою

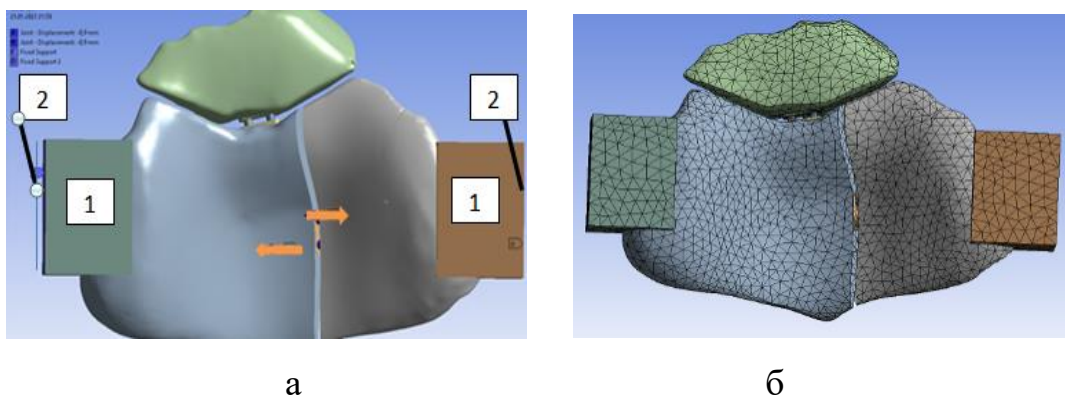


Рис. 8. Розрахункова схема (а) та скінченно-елементна модель (б) ортодонтичного апарату з жорсткими (1) і кінематичними (2) опорами

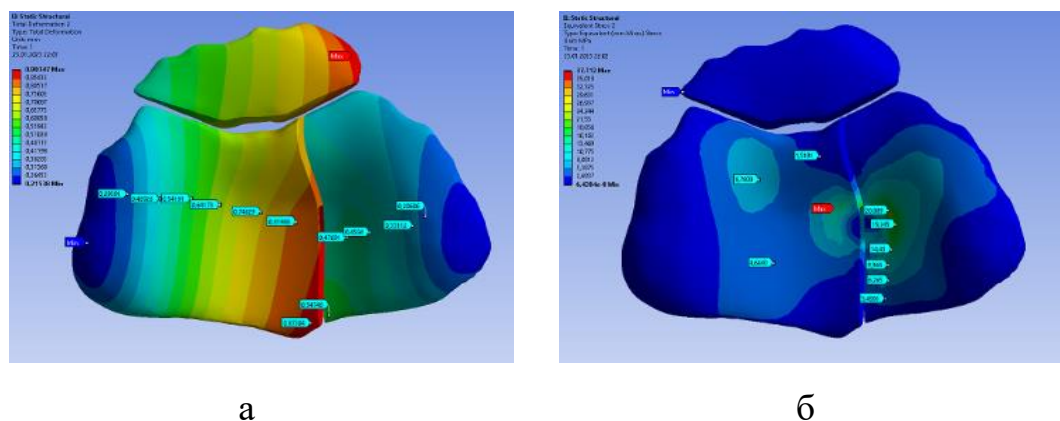
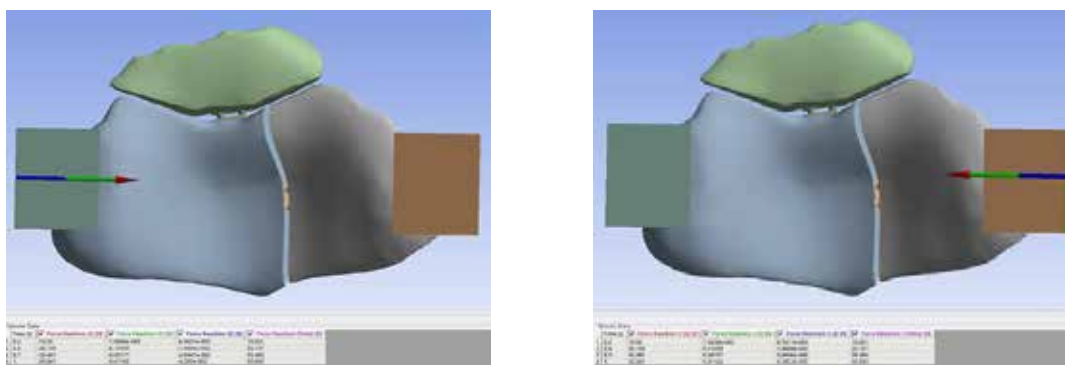


Рис. 9. Поля переміщень (а) та еквівалентних за Мізесом напружень (б) ортодонтичного апарату для вісьового переміщення в 1 мм, що відповідає повороту штока кінематичного механізму на 360°

тичного навантаження ортодонтичного апарату градієнти переміщень частин його конструкції адекватно описують вид їх деформування. Екстремальні величини еквівалентних за Мізесом напружень $\sigma_{екв} = 37,7$ МПа знаходяться в зоні час-

тини апарату з меншою жорсткістю. На поверхні апарату величини $\sigma_{екв}$ майже в два рази менші і досягають 20,0 МПа. Силіві реакції у двох опорах ортодонтичного апарату при повороті штока кінематичного механізму від 0° до 360° зростають



а

б

Рис. 10 а, б. Силкові реакції в лівій (а) та правій (а) опорах ортодонтичного апарату для вісьового переміщення в 1 мм, що відповідає повороту штока кінематичного механізму на 360°

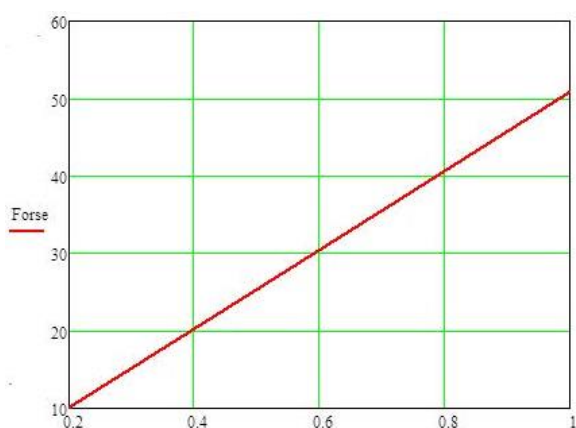


Рис. 11. Зміна величин силкових реакцій в опорах моделі ортодонтичного апарату для вісьового переміщення L від 0,2 до 1 мм, що відповідає повороту штока кінематичного механізму на 360°

лінійно та досягають величини 50,8 Н (рис. 11). Розрахункові величини силкових реакцій в імітаційній моделі конструкції ортодонтичного апарату з двома опорами корелюють з точністю 2 % з даними натурного експерименту.

Наближену оцінку допустимих величин даного типу кінематичних навантажень ортодонтичного апарату на двох опорах проведено за критерієм максимальних напружень [10] для матеріалу, що використано при виготовленні його базису. Допустимі напруження приймали рівними $55,0 \pm 2,0$ МПа [8], як відношення величини межі міцності даного матеріалу $82,5 \pm 3,0$ МПа з коефіцієнтом безпеки 1,5.

Коефіцієнт запасу міцності склав $53,0 / 37,7 = 1,4$. Відповідно, максимальне вісьове переміщення штока кінематичного механізму має складати не більше 2 мм і відповідає обертанню гайки на 504° ($\approx 1,5$ оберти) та силкових реакцій в опорах ортодонтичного апарату 71,1 Н.

Висновки. Встановлені конструктивно-технологічні параметри кінематичного механізму ортодонтичних пристроїв. Верифікація розподілу величин силкових реакцій ортодонтичних пристроїв в процесі їх деформування дозволяє одержати нові дані про величини зовнішніх навантажень на кістки щелепи при лікуванні дітей з вродженими незрощеннями губи та піднебіння, що може бути методичною основою для проведення раціонального ортодонтичного лікування.

Література:

1. Хірургічна стоматологія та щелепно-лицева хірургія дитячого віку: нац. підр. / Л.М. Яковенко та ін.; за редакцією проф. Л.М. Яковенко. – Київ: ВСВ «Медицина», 2022. – 496 с.
2. Макеєв В.Ф., Неміш Т.Ю., Олійник Г.В. Ортодонтичні методи лікування хворих вродженими незрощеннями верхньої губи та піднебіння. Львів: Кварт, 2013, 164 с.
3. Kiyoshi Tai, Jae Hyun Park, Masahiro Tanino, Yasumori Sato. Orthodontic Treatment of a Bilateral Cleft Lip and Palate Patient with Bilateral Tooth Transpositions and Congenitally Missing Teeth. *Journal of Clinical Pediatric Dentistry*. 2010. 35(2). P. 225-232.
4. Sharma G. Orthodontic management of cleft lip and palate patients (Chapter 2). In: Ayşe G, editor. *Current Treatment of Cleft Lip and Palate*. 2020. P. 19-33. Режим доступу: <https://www.intechopen.com/books/current-treatment-of-cleft-lip-and-palate> DOI: 10.5772/intechopen.90076.
5. Orthodontics. Dentognathic Anomalies and Deformations: textbook / P.S. Flis et al.; Edited by Professor P.S. Flis. Kyiv: AUS Medicine Publishing, 2015. 176 p.
6. Єщенко В.О. Напружено-деформований стан біомеханічних систем металоостеосинтезу: автореф. дис. ... канд. тех. наук: 01.02.04. НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського». Київ, 2016. 32 с.

7. Маланчук В.О., Кришук М.Г., Копчак А.В. Імітаційне комп'ютерне моделювання в щелепно-лицевій хірургії. Київ: Асканія, 2013. 231 с.

8. Янішен І.В. Клінічно-орієнтовані технології забезпечення якості ортопедичного лікування: порівняльна оцінка фізико-механічних властивостей акрилових пластмас холодної полімеризації. *Вісник проблем біології і медицини*. 2016. Вип. 1, Том 2 (127). С. 274-278.

9. ANSYS structural analysis guide: ANSYS release 12.1. / ANSYS, Inc.: is certified to ISO9001:2008. – South pointe 275 Technology Drive Canonsburg, PA 15317; ansysinfo@ansys.com; <http://www.ansys.com>; (T) 724-746-3304 (F) 724-514-9494.

10. Bathe K.-J. Finite element procedures in engineering analysis. – Publisher: Englewood Cliffs, N.J Prentice-Hall, 1982. 735 p.

11. Справочник по сопротивлению материалов / Г.С. Писаренко та ін. ред. Писаренко Г.С. – 2-е изд. – Киев: Наук. думка, 1988. 736 с.

References:

1. Jakovenko L.M., Cherkasov V.G., Chehova I.L. & ta in. (2022). *Hirurgichna stomatologija ta shhelepno-lyceva hirurgija dytjachogo viku: nac. pidr [Surgical dentistry and maxillofacial surgery in children: Nat. guide]*. L.M. Jakovenko (Ed.). Kyi'v: VSV «Medycyna» [in Ukrainian].

2. Makjejev V.F., Nemish T.Ju., & Olijnyk G.V. (2013). *Ortodontychni metody likuvannja hvoryh vrodzhenymy nezroshhennjamy verhn'oi' guby ta pidnebinnja [Orthodontic methods of treatment of patients with congenital non-junctions of the upper lip and palate]*. L'viv: Kwart [in Ukrainian].

3. Kiyoshi Tai, Jae Hyun Park, Masahiro Tanino, & Yasumori Sato (2010). Orthodontic Treatment of a Bilateral Cleft Lip and Palate Patient with Bilateral Tooth Transpositions and Congenitally Missing Teeth. *Journal of Clinical Pediatric Dentistry*. 35(2). 225-232.

4. Sharma G. (2020). Orthodontic management of cleft lip and palate patients (Chapter 2). In: Ayşe G, editor. *Current Treatment of Cleft Lip and Palate*. Access mode: <https://www.intechopen.com/books/current-treatment-of-cleft-lip-and-palate> DOI: 10.5772/intechopen.90076.

5. Flis P.S., Leonenko G.P., Filonenko V.V., & Doroshenko N.M. (2015). *Orthodontics. Dentognathic Anomalies and Deformations: textbook*. P.S. Flis (Ed). Kyiv: AUS Medicine Publishin.

6. Jeshhenko V.O. (2016). *Napruzhenno-deformovanyj stan biomehanichnyh system metalosteosyntezy [Stress-strain state of biomechanical systems of metal osteosynthesis]*. Extended abstract of candidate's thesis. Kyi'v [in Ukrainian].

7. Malanchuk V.O., Kryshhuk M.G., & Kopchak A.V. (2013). *Imitacijne komp'juternemodeljuvannjavshhelepno-lycevij hirurgii' [Simulation computer modeling in maxillofacial surgery]*. Kyi'v: Askanija. [in Ukrainian].

8. Janishen I.V. (2016). *Klinichno-orijentovani tehnologii' zabezpechennja jakosti ortopedychnogo likuvannja: porivnjal'na ocinka fizyko-mehanichnyh vlastyvostej akrylovyh plastmas holodnoi' polimeryzacii' [Clinically-oriented technologies for ensuring the quality of orthopedic treatment: a comparative assessment of the physical and mechanical properties of cold polymerization acrylic plastics]*. *Visnyk problem biologii' i medycyny – Bulletin of problems of biology and medicine*, T. 2 (127), 274-278. [in Ukrainian].

9. ANSYS structural analysis guide: ANSYS release 12.1. / ANSYS, Inc.: is certified to ISO9001:2008. – South pointe 275 Technology Drive Canonsburg, PA 15317; ansysinfo@ansys.com; <http://www.ansys.com>; (T) 724-746-3304 (F) 724-514-9494.

10. Bathe K.-J. (1982). *Finite element procedures in engineering analysis / Klaus-Jurgen Bathe*. Publisher: Englewood Cliffs, N.J Prentice-Hall.

11. Pysarenko G.S., Jakovlev A. P., & Matveev V.V. (1988). *Spravochnyk po soprotyvleniju materyalov [Handbook of resistance of materials]*. G.S. Pysarenko (Ed). Kyev: Nauk. dumka [in Russian].